Unterlagen für die Lehrkraft

Zentrale Prüfungen 2017 – Mathematik

Anforderungen für den Mittleren Schulabschluss (MSA)

Prüfungsteil I

Aufgaben 1 bis 5

Aufgabe	Kriterien **Der Prüfling …**	Beispiellösung	Punkte
1a)	erfasst die geometrische Situation und berechnet die Länge der fehlenden Seite.	Es gilt der Satz des Pythagoras. $a = \sqrt{70^2 - 55^2} = 43{,}301 \ldots \approx 43{,}3\ [cm]$ Die Länge der Seite beträgt 43,3 cm.	1 1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)		
1b)	wählt einen geeigneten Ansatz.	Wenn das Dreieck rechtwinklig ist, muss folgende Gleichung gelten: $6^2 + 8^2 = 10^2$	1
	überprüft die Behauptung und interpretiert die Lösung.	36 + 64 = 100 Die Gleichung stimmt, also ist das Dreieck rechtwinklig. *(Auch eine zeichnerische Lösung wird akzeptiert.)*	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)		
2)	vergleicht die Zahlen und setzt das richtige Zeichen ein.	$\frac{5}{10} < \frac{5}{7}$ $0{,}05 > 5 \cdot 10^{-3}$ $-0{,}1 = -\frac{1}{10}$ *(Für zwei richtige Zeichen gibt es einen Punkt.)*	2
3a)	entnimmt die relevanten Informationen und berechnet den Prozentwert.	G = 1,14 Mrd. €, p = 35 % $W = \frac{1{,}14\ \text{Mrd.} \cdot 35}{100} = 0{,}399\ \text{Mrd.}$ Durch Kaffee wurden 0,399 Mrd. Euro umgesetzt.	1 1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)		
3b)	beurteilt die Aussagen mithilfe der Abbildung.	(siehe Tabelle unten) *(Für zwei richtige Entscheidungen gibt es einen Punkt.)*	2

	trifft zu	trifft nicht zu
Ein Zehntel des …	x	
Mehr als 40 % …		x
Der Umsatz mit …	x	

Zentrale Prüfungen 10

<table>
<tr><td>4a)</td><td>wählt ein geeignetes Lösungsverfahren und löst das LGS.</td><td>Lösen mit dem Additionsverfahren

I $2x + \ \ y = 14$ | ·2
II $3x – 2y = \ 7$

I $4x + 2y = 28$
II $3x – 2y = \ \ 7$

I+II $7x = 35$ | : 7
$x = 5$
in II einsetzen: $3x – 4 \cdot 5 = 7$
$y = 4$</td><td>1

1

1</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)</td><td></td></tr>
<tr><td>4b)</td><td>wählt einen geeigneten Ansatz.</td><td>Gleichungen gleichsetzen
4x + 8 = 4x + 5 | – 4x
8 = 5</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>begründet, warum das LGS keine Lösung hat.</td><td>Es entsteht eine falsche Aussage, somit besitzt das LGS keine Lösung.</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)</td><td></td></tr>
<tr><td>5a)</td><td>entscheidet, ob die Formeln geeignet bzw. nicht geeignet sind.</td><td><table><tr><th></th><th>geeignet</th><th>nicht geeignet</th></tr><tr><td><code>=B3*(1+B1/100)</code></td><td></td><td>x</td></tr><tr><td><code>=B3-C3</code></td><td>x</td><td></td></tr><tr><td><code>=B3*(1-B1/100)</code></td><td>x</td><td></td></tr><tr><td><code>=B3+C3</code></td><td></td><td>x</td></tr></table>(Für zwei richtige Entscheidungen gibt es einen Punkt.)</td><td>2</td></tr>
<tr><td>5b)</td><td>beschreibt den Zusammenhang.</td><td>Je höher der Rabatt (Wert in Zelle B1) ist, desto niedriger ist der neue Preis (Wert in Zelle D6).</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (1)</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Summe Prüfungsteil I</td><td>18</td></tr>
</table>

Prüfungsteil II

Aufgabe II.1: Schokoladenkugeln

Aufgabe	Kriterien	Beispiellösung	Punkte
	Der Prüfling …		
a)	wählt einen geeigneten Ansatz.	$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ d = 1,5 cm → r = 0,75 cm	1 1
	berechnet das Volumen der Kugel.	$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 0{,}75^3 = 1{,}76714\ldots \approx 1{,}77$ Das Volumen beträgt ca. 1,77 cm^3.	1
b)	berechnet das Gewicht der herzustellenden Kugeln.	Gewicht einer Kugel: $1{,}77 \cdot 1{,}3 = 2{,}301$ $2{,}301 \cdot 100 = 230{,}1$	1
	berechnet den prozentualen „Mehrverbrauch“.	5 % von 230,1 → $230{,}1 \cdot 0{,}05 = 11{,}51$	1
	berechnet die Menge an benötigter Schokolade und rundet sinnvoll.	230,1 + 11,51 = 241,61 Sie muss etwa 250 g Schokolade kaufen.	1 1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (4)		
c)	wählt einen geeigneten Ansatz.	Die Kantenlänge der Folie muss mindestens genauso groß sein wie der Kugelumfang. $u = \pi \cdot d$	2
	berechnet den Umfang der Kugel.	$u = \pi \cdot 1{,}5 = 4{,}71238 \ldots \approx 4{,}7$	1
	interpretiert den Kugelumfang im Sachzusammenhang.	Ein Stück Folie ist geeignet, um eine Kugel zu verpacken, da die Kantenlänge der Alufolie größer ist als der Umfang der Kugel. *(Eine Argumentation mit der Oberfläche führt ebenfalls zu der Entscheidung, dass ein Stück Aluminiumfolie geeignet ist. Diese Argumentation wird ebenfalls als richtige Lösung gewertet.)*	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (4)		
d)	begründet die angegebene Wahrscheinlichkeit.	6 von 24 Kugeln sind aus weißer Schokolade, damit ergibt sich folgende Wahrscheinlichkeit: $P\,(W) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$	2
e)	bestimmt die Wahrscheinlichkeit und ergänzt diese im Baumdiagramm.	Die Wahrscheinlichkeit, als zweites eine weiße Kugel zu ziehen, beträgt $\frac{5}{23}$.	2
f)	wählt einen geeigneten Ansatz und berechnet die Wahrscheinlichkeit.	$P(W,V) + P(V,W) = \frac{1}{4} \cdot \frac{12}{23} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{23} = \frac{6}{23}$ Die Wahrscheinlichkeit, dass eine der beiden Kugeln aus weißer Schokolade und eine aus Vollmilchschokolade ist, beträgt $\frac{6}{23}$.	1 2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
		Summe Aufgabe II.1	**18**

Aufgabe II.2: Quadrate

<table>
<tr><th rowspan="2">Auf-
gabe</th><th>Kriterien</th><th>Beispiellösung</th><th>Punkte</th></tr>
<tr><td>Der Prüfling …</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>a)</td><td>skizziert Figur 5.</td><td>(Im Unterricht vereinbarte Konventionen werden eingehalten.)</td><td>2</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>setzt die Figuren fort und vervollständigt die Tabelle.</td><td><table><tr><td>Figur</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr><tr><td>Anzahl aller Quadrate</td><td>25</td><td>36</td><td>49</td></tr><tr><td>Anzahl der weißen Quadrate</td><td>16</td><td>25</td><td>36</td></tr><tr><td>Anzahl der grauen Quadrate</td><td>9</td><td>11</td><td>13</td></tr></table>(Für jede richtig vervollständigte Zeile gibt es einen Punkt.)</td><td>3</td></tr>
<tr><td rowspan="3">c)</td><td>wählt einen geeigneten Ansatz.</td><td>Die Anzahl der weißen Quadrate ist in jeder Figur eine Quadratzahl.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>begründet die Richtigkeit der Aussage.</td><td>Da 200 keine Quadratzahl ist, kann die Anzahl der weißen Quadrate in keiner Figur 200 betragen.</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">d)</td><td>zeigt durch Termumformungen, dass die Terme wertgleich sind.</td><td>$n^2-(n-1)^2=n^2-(n^2-2n+1)$
$=n^2-n^2+2n-1$
$=2n-1$</td><td>1
1
1</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">e)</td><td>beschreibt für einen Term, dass dieser zur Berechnung geeignet ist.</td><td>Hussam zählt n graue Quadrate in der Zeile und n graue Quadrate in der Spalte, das ergibt $2\cdot n$.
Das Feld der rechten oberen Ecke wird doppelt gezählt, also „-1“.
Daraus ergibt sich der Term $2\cdot n-1$.</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">f)</td><td>entscheidet, dass die Anzahl linear zunimmt.</td><td>Die Anzahl der grauen Quadrate nimmt linear zu.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>begründet die lineare Zunahme.</td><td>In jeder neuen Figur kommen gleichmäßig zwei gefärbte Quadrate dazu.
(Akzeptiert wird auch: Der Term von Hussam stellt einen linearen Zusammenhang her.)</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)</td><td></td></tr>
</table>

g)	entscheidet, dass die Aussage richtig ist.	Ja, Anna hat recht.	1
	begründet die Antwort.	Die Anzahl der grauen Quadrate nimmt mit jeder Figur um zwei Quadrate zu. Die Anzahl der weißen Quadrate wächst quadratisch und damit schneller.	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
		Summe Aufgabe II.2	**19**

Aufgabe II.3: Gletschereis-Brücke

Auf-gabe	Kriterien	Beispiellösung	Punkte
	Der Prüfling …		
a)	entnimmt der Abbildung die Spannweite und die Höhe der Brücke.	Der Brückenbogen hat eine Höhe von 35 m und eine Spannweite von 100 m.	1 2
b)	wählt einen geeigneten Ansatz.	$f(x) = a \cdot x^2 + 35$	1
	berechnet den Wert für a.	$0 = a \cdot 50^2 + 35$ $-0{,}014 = a$	1 1
	bestimmt die Funktionsgleichung.	Die Funktionsgleichung lautet $f(x) = -0{,}014x^2 + 35$.	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (4)		
c)	entscheidet, dass Ricos geschätzte Eismenge größer ist.	Ricos geschätzte Eismenge ist größer als die Eismenge, die tatsächlich eingestürzt ist.	2
	begründet seine Entscheidung.	Die Eisbrücke liegt in dem betrachteten Abschnitt durchgehend oberhalb der beiden Hilfslinien des Dreiecksprismas. Daher wird das Volumen zu groß eingeschätzt.	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (4)		
d)	wählt einen geeigneten Ansatz.	$V_{\text{Eis}} = V_{\text{Quader}} - V_{\text{Dreiecksprisma}}$	1
	berechnet das Volumen des Quaders.	$V_{\text{Quader}} = a \cdot b \cdot c = 100\text{ m} \cdot 60\text{ m} \cdot 40\text{ m}$ $= 240000\text{ m}^3$	1
	berechnet das Volumen des Dreiecksprismas.	$V_{\text{Dreiecksprisma}} = G \cdot h = \frac{100\text{ m} \cdot 35\text{ m}}{2} \cdot 40\text{ m}$ $= 70000\text{ m}^3$	1
	berechnet die eingebrochene Eismenge.	$V_{\text{Eis}} = 240000\text{ m}^3 - 70000\text{ m}^3$ $= 170000\text{ m}^3$ Es sind ca. $170\,000\text{ m}^3$ Eis eingebrochen.	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (4)		
e)	nähert den Verlauf der Parabel genauer an und beschreibt das weitere Verfahren.	Durch Einfügen weiterer Punkte auf der Parabel lässt sich die Fläche in Dreiecke und Trapeze zerlegen. Diese können einzeln berechnet werden.	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)		
		Summe Aufgabe II.3	**17**

Umgang mit Maßeinheiten

Der Prüfling gibt bei Ergebnissen angemessene Maßeinheiten an:

- ☐ nie (0 Punkte)
- ☐ selten (1 Punkt)
- ☐ oft (2 Punkte)
- ☐ immer (3 Punkte)

Darstellungsleistung

Der Prüfling stellt seine Bearbeitung nachvollziehbar und formal angemessen dar und arbeitet bei erforderlichen Zeichnungen hinreichend genau:

- ☐ nie (0 Punkte)
- ☐ selten (2 Punkte)
- ☐ oft (4 Punkte)
- ☐ immer (6 Punkte)

Übersicht über die Punkteverteilung		
Prüfungsteil I	Aufgaben 1 bis 5	18
Prüfungsteil II	Aufgabe 1	18
	Aufgabe 2	19
	Aufgabe 3	17
Umgang mit Maßeinheiten		3
Darstellungsleistung		6
Gesamtpunktzahl		81

Notentabelle	
Punkte	**Note**
70 – 81	sehr gut
59 – 69	gut
48 – 58	befriedigend
36 – 47	ausreichend
15 – 35	mangelhaft
0 – 14	ungenügend

Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit im Fach Mathematik

Anforderungen für den Mittleren Schulabschluss (MSA)

Name: ____ Klasse: _________________

Schule: ____

Prüfungsteil I

Aufgaben 1 bis 5

Auf-gabe	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK[1] Punktzahl	ZK[1] Punktzahl	DK[1] Punktzahl
	Der Prüfling …				
1a)	erfasst die geometrische …	2			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
1b)	wählt einen geeigneten …	1			
	überprüft die Behauptung …	1			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
2)	vergleicht die Zahlen …	2			
3a)	entnimmt die relevanten …	2			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
3b)	beurteilt die Aussagen …	2			
4a)	wählt ein geeignetes …	3			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
4b)	wählt einen geeigneten …	1			
	begründet, warum das …	1			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
5a)	entscheidet, ob die …	2			
5b)	beschreibt den Zusammenhang.	1			
	wählt einen anderen …	*(1)*			
	Summe Prüfungsteil I	**18**			

[1] EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Prüfungsteil II

Aufgabe II.1: Schokoladenkugeln

Auf-gabe	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
	Der Prüfling …				
a)	wählt einen geeigneten …	2			
	berechnet das Volumen …	1			
b)	berechnet das Gewicht …	1			
	berechnet den prozentualen …	1			
	berechnet die Menge …	2			
	wählt einen anderen …	*(4)*			
c)	wählt einen geeigneten …	2			
	berechnet den Umfang …	1			
	interpretiert den Kugelumfang …	1			
	wählt einen anderen …	*(4)*			
d)	begründet die angegebene …	2			
e)	bestimmt die Wahrscheinlichkeit …	2			
f)	wählt einen geeigneten …	3			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
	Summe Aufgabe II.1	**18**			

Aufgabe II.2: Quadrate

Auf-gabe	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
	Der Prüfling …				
a)	skizziert Figur 5.	2			
b)	setzt die Figuren …	3			
c)	wählt einen geeigneten …	1			
	begründet die Richtigkeit …	2			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
d)	zeigt durch Termumformungen …	3			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
e)	beschreibt für einen …	3			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
f)	entscheidet, dass die …	1			
	begründet die lineare …	1			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
g)	entscheidet, dass die …	1			
	begründet die Antwort.	2			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
	Summe Aufgabe II.2	**19**			



Aufgabe II.3: Gletschereis-Brücke

Aufgabe	Anforderungen	Lösungsqualität: maximal erreichbare Punktzahl	EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
	Der Prüfling …				
a)	entnimmt der Abbildung …	3			
b)	wählt einen geeigneten …	1			
	berechnet den Wert …	2			
	bestimmt die Funktionsgleichung.	1			
	wählt einen anderen …	*(4)*			
c)	entscheidet, dass Ricos …	2			
	begründet seine Entscheidung.	2			
	wählt einen anderen …	*(4)*			
d)	wählt einen geeigneten …	1			
	berechnet das Volumen …	1			
	berechnet das Volumen …	1			
	berechnet die eingebrochene …	1			
	wählt einen anderen …	*(4)*			
e)	nähert den Verlauf …	2			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
	Summe Aufgabe II.3	**17**			

		maximal erreichbare Punktzahl	EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
	Umgang mit Maßeinheiten	**3**			
	Darstellungsleistung	**6**			

Festsetzung der Note

	maximal erreichbare Punktzahl	EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
Prüfungsteil I:				
Aufgaben 1 bis 5	**18**			
Prüfungsteil II:				
Aufgabe 1	**18**			
Aufgabe 2	**19**			
Aufgabe 3	**17**			
Umgang mit Maßeinheiten	**3**			
Darstellungsleistung	**6**			
Gesamtpunktzahl	**81**			
Paraphe				

Die Prüfungsarbeit wird mit der Note ______________________________ bewertet.

Unterschriften, Datum: ____